

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

۱۳



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۲

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	مطابق با کنکور سراسری		
هندسه	مطابق با کنکور سراسری		
گسسته	مطابق با کنکور سراسری		

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴



www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

ریاضیات

۱- دنباله هندسی غیر ثابت با قدرنسبت q و جمله عمومی a_n را در نظر بگیرید. اگر a_1, a_2, a_3 و $a_4 - a_1$ سه جمله متوالی یک دنباله

هندسی باشند، حاصل $q^3 - q^2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲- فرض کنید α و β صفرهای تابع $f(x) = x^2 + mx + n$ و $\alpha - 1$ و $\beta + 1$ صفرهای تابع $y = f(x) + 3$ باشند، حاصل $\alpha - \beta$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۳- نمودار تابع $y = 3x^2 - (\frac{2m-3}{3})x + \frac{m+4}{3}$ همواره بالای نیمساز ناحیه اول و سوم است. حدود m کدام است؟

- (۱) $-2 < m < 12$ (۲) $-3 < m < 6$ (۳) $-2 < m < 6$ (۴) $-3 < m < 12$

۴- در مثلثی با رأس‌های $A(2, a), B(4, 0), C(8, 8)$ طول ارتفاع AH برابر $2\sqrt{5}$ است. مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۰ (۳) ۴ (۴) ۸

۵- اگر $2 - \frac{5}{A} = \log_{24} 18$ باشد، حاصل $A - 3$ کدام است؟

- (۱) $\log_3 2$ (۲) $\log_2 3$ (۳) $\log_6 2$ (۴) $\log_6 3$

۶- اگر $f(x) = 2x + [\frac{x}{4}]$ و $f(af(-2)) = -7$ باشد، مقدار $f(-a)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) صفر

۷- وارون تابع $f(x) = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{ax+1}}$ ، خط $y = x + 2$ را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع می‌کند. مقدار $f(\frac{1}{a})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۸- نمودار تابع $y = x^2 - 3x + 5$ را سه واحد به سمت راست و دو واحد به سمت پایین انتقال داده و سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. اگر نمودار جدید را $f(x)$ بنامیم، ریشه معادله $f(x) = f(x+2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{11}{2}$

۹- اگر $\tan x + \cot x = 3$ و $\pi < x < \frac{5\pi}{4}$ باشد، حاصل $\sin^3 x - \cos^3 x$ کدام است؟

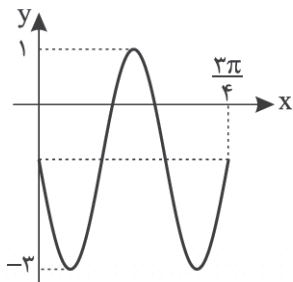
- (۱) $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ (۲) $-\frac{4\sqrt{3}}{9}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

محل انجام محاسبات

۱۰- اگر $\cos^2 x = 2 \sin^2 x + k \sin x + \tan x = 2$ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{7}{4}$ (۴) $-\frac{9}{4}$

۱۱- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = c + a \sin(bx)$ است. مقدار $ab + c$ کدام است؟



- (۱) -7
(۲) $-\frac{17}{3}$
(۳) -9
(۴) $-\frac{19}{3}$

۱۲- اگر $x = \frac{7\pi}{3}$ یکی از جواب‌های معادله $\cos 2x + k \sin^2 x = 0$ باشد، مجموع جواب‌های این معادله در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) 3π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) 4π (۴) $\frac{7\pi}{2}$

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 - \sqrt{6 - 2x}}{x^2 + 4x + 3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۱۴- تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax^2 + bx + c} & x \neq -1 \\ \frac{a}{x} + m & x = -1 \end{cases}$ در اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{4}$ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{17}{4}$ (۴) $\frac{19}{4}$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{f(x)}{1 - 2 \cos(\pi x)} = -\infty$ باشد، ضابطه f کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $[3x]$ (۲) $[-3x]$ (۳) $[3x] - 1$ (۴) $1 - 2[3x]$

۱۶- اگر $f(x) = \sqrt{3 + \tan^2 \frac{\pi}{x}}$ باشد، حاصل $f'(4)$ کدام است؟

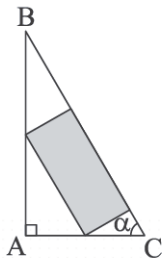
- (۱) $\frac{\pi}{16}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $-\frac{\pi}{4}$ (۴) $-\frac{\pi}{16}$

محل انجام محاسبات

۱۷- اگر نمودارهای دو تابع $f(x) = ax + 2\sqrt{x-1}$ و $g(x) = ax^2 + bx$ در نقطه $x = 2$ بر خط d مماس باشند، مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

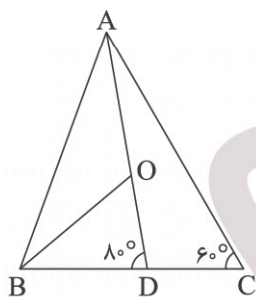
- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۵ (۴) -۵

۱۸- در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ ، $\tan \alpha = 3$ است. اگر مساحت مستطیل رنگی ماکزیمم باشد، نسبت طول به عرض آن کدام است؟



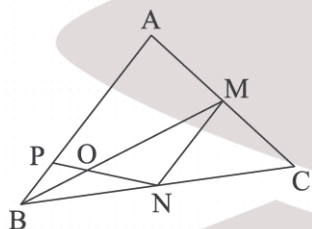
- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $\frac{10}{3}$
 (۳) ۳
 (۴) $\sqrt{10}$

۱۹- در شکل زیر O نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث $\triangle ABC$ است. اختلاف اندازه‌های دو زاویه \widehat{OBC} و \widehat{OBA} چند درجه است؟



- (۱) صفر
 (۲) ۵
 (۳) ۱۰
 (۴) ۱۵

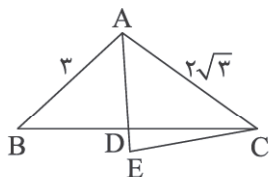
۲۰- در مثلث $\triangle ABC$ شکل زیر، M و N وسط اضلاع AC و BC هستند. اگر $\frac{AP}{PB} = 3$ باشد، نسبت مساحت مثلث $\triangle OBP$ به مساحت $\triangle MNC$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{2}{5}$
 (۳) $\frac{1}{6}$
 (۴) $\frac{1}{5}$

محل انجام محاسبات

۲۱- در شکل زیر AD نیمساز زاویه \hat{A} و $EC = DC$ است. اگر مساحت مثلث ABD برابر ۶ باشد، مساحت مثلث AEC برابر کدام



است؟

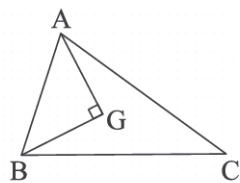
(۱) $4\sqrt{3}$

(۲) $8\sqrt{3}$

(۳) ۸

(۴) ۱۲

۲۲- در مثلث ABC ، نقطه G محل هم‌رسی میانه‌هاست. اگر $\hat{AGB} = 90^\circ$ ، $AB = 2\sqrt{3}$ و $AC = BC$ باشد، آنگاه مساحت چهارضلعی



مقعر $ACBG$ برابر کدام است؟

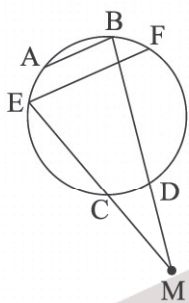
(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۹

۲۳- در دایره $(O, 6)$ وترهای AB و EF موازی‌اند. اگر $\hat{AE} = 15^\circ$ ، $\hat{EC} = 80^\circ$ ، $\hat{FD} = 100^\circ$ و $\hat{BME} = 20^\circ$ باشد، آنگاه طول کمان



مقابل زاویه \hat{ABD} چند برابر π است؟

(۱) $5/05$

(۲) $5/15$

(۳) $5/2$

(۴) $5/25$

۲۴- مثلث ABC با رئوس $A(3, 2)$ ، $B(-1, 4)$ و $C(1, -1)$ مفروض است. اگر بازتاب نقطه C نسبت به نیمساز داخلی زاویه A نقطه C'

و بازتاب C' نسبت به نیمساز خارجی زاویه A نقطه C'' باشد، طول پاره‌خط BC'' برابر کدام است؟

(۱) $\sqrt{37}$

(۲) ۶

(۳) $6\sqrt{2}$

(۴) $\sqrt{117}$

۲۵- در مثلث ABC ، $AB = 12$ و $AC = 6$ است. اگر طول نیمساز AD برابر $3\sqrt{6}$ باشد، طول میانه CM کدام است؟

(۱) $\frac{3\sqrt{10}}{2}$

(۲) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

(۳) $3\sqrt{10}$

(۴) $3\sqrt{5}$

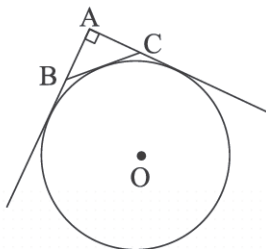
محل انجام محاسبات

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} |A|+3 & |A|-4 \\ 2|A|+3 & |A|-2 \end{bmatrix}$ و $AB = A^{-1}$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های قطر فرعی ماتریس B برابر کدام است؟ ($|A| < 0$)

- (۱) ۳ (۲) -۱ (۳) -۴ (۴) صفر

۲۷- دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ ، دایره محاطی خارجی نظیر وتر مثلث قائم‌الزاویه ABC با مساحت ۵ است. طول وتر

BC کدام است؟



- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۴

۲۸- از نقطه M به طول $\frac{15}{4}$ واقع بر محور xها پرتوی نوری تابیده می‌شود که بعد از عبور از کانون یک سهمی آینه‌ای به معادله

$x = y^2 + 3y + 5$ به این سهمی برخورد می‌کند. معادله پرتوی بازتابش کدام است؟

- (۱) $y = -\sqrt{\frac{5}{2}}$ (۲) $y = -\sqrt{5}$ (۳) $x = \sqrt{5}$ (۴) $x = \sqrt{\frac{5}{2}}$

۲۹- نقطه A در ناحیه هفتم دستگاه مختصات \mathbb{R}^3 قرار دارد. قرینه A نسبت به محور zها را A' و قرینه A' نسبت به صفحه xz را A'' می‌نامیم.

A'' در کدام ناحیه دستگاه \mathbb{R}^3 واقع است؟

- (۱) ششم (۲) هشتم (۳) دوم (۴) چهارم

۳۰- اگر حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} برابر ۳ باشد، حاصل عبارت $|(\vec{2}\vec{a} + \vec{b}) \cdot ((\vec{2}\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{2}\vec{c} + \vec{a}))|$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۵ (۳) ۲۱ (۴) ۲۷

۳۱- فرض کنید هم‌ارزی $A \equiv p \vee q \Rightarrow (\sim p \vee q)$ معتبر باشد، A کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) p (۲) q (۳) $\sim q$ (۴) $\sim p$

۳۲- A، B و C سه مجموعه دلخواه و $(A \cup B) - C = (A \cup C) - B$ می‌باشد. حاصل $(B - A) - C$ کدام است؟

- (۱) $B \cap C'$ (۲) B (۳) \emptyset (۴) A'

۳۳- ضریب تغییرات داده‌های x_i برابر ۰/۱۲ و ضریب تغییرات داده‌های $x_i + 2$ برابر ۰/۱ می‌باشد. ضریب تغییرات داده‌های $2x_i - 5$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{4}$ (۲) ۰/۱۶ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{6}$

محل انجام محاسبات

۳۴- در یک ردیف هشت صندوقی با شماره ۱ تا ۸ قرار دارد. ۸ نفر که دوهو برادرند، می‌خواهند روی صندوقی بنشینند. اگر بدانیم در ۴ صندوقی اول هیچ دو برادری قرار ندارد احتمال اینکه هیچ دو برادری کنار هم نباشند کدام است؟

$$\frac{3}{21} \text{ (۴)} \quad \frac{3}{4} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{8} \text{ (۲)} \quad \frac{3}{16} \text{ (۱)}$$

۳۵- ماشین تسلا طوری طراحی شده است که تابع $y = f(x)$ به عنوان ورودی می‌گیرد و به طور متوالی و تصادفی عملیات زیر را روی F انجام می‌دهد. $(a, b, c, d \in \mathbb{N} - \{1\})$

(الف) انتقال افقی با ضابطه $x \rightarrow x + c$ (ب) انتقال عمودی با ضابطه $y \rightarrow y + d$

(ج) انقباض افقی با ضابطه $x \rightarrow bx$ (د) انبساط عمودی با ضابطه $y \rightarrow ay$

اگر عملیات هر مرحله با تمام مراحل قبلی متفاوت باشد، احتمال اینکه بعد از ۴ مرحله تابع $y = af(bx + c) + d$ به عنوان خروجی رسم شود، کدام است؟

$$\frac{1}{8} \text{ (۴)} \quad \frac{1}{6} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{4} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{24} \text{ (۱)}$$

۳۶- باقیمانده تقسیم $33^{45} - 45^{33}$ بر ۹۹ کدام است؟

$$45 \text{ (۴)} \quad 33 \text{ (۳)} \quad 27 \text{ (۲)} \quad 56 \text{ (۱)}$$

۳۷- m کوچک‌ترین عدد سه رقمی و y_0 و x_0 در معادله $17x + 19y = m$ صدق می‌کنند. اگر $(x_0, y_0) = 23$ باشد، کمترین مقدار مثبت $x + y$ کدام است؟

$$7 \text{ (۴)} \quad 9 \text{ (۳)} \quad 1 \text{ (۲)} \quad 5 \text{ (۱)}$$

۳۸- در گراف G از مرتبه $P = 6$ ، حاصل ضرب درجات رئوس گراف ۴۰۰ است. این گراف چند دور دارد؟

$$12 \text{ (۴)} \quad 10 \text{ (۳)} \quad 6 \text{ (۲)} \quad 8 \text{ (۱)}$$

۳۹- به چند روش می‌توان ۵ سیب یکسان و یک گلابی را بین احمد، حسین و رضا توزیع کرد به طوری که هر نفر حداقل یک میوه داشته باشد؟

$$31 \text{ (۴)} \quad 18 \text{ (۳)} \quad 63 \text{ (۲)} \quad 30 \text{ (۱)}$$

۴۰- از مجموعه $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$ یک زیرمجموعه حداقل چند عضو انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حاصل ضرب اعضای آن مضرب ۶ است؟

$$60 \text{ (۴)} \quad 61 \text{ (۳)} \quad 46 \text{ (۲)} \quad 31 \text{ (۱)}$$

محل انجام محاسبات